

Backtesting 1950 -2022

Dokumentation der verwendeten Quellen

Vorbemerkung

Ziel des Backtestings ist es zu prüfen, welchen Effekt ein kollektives Sparmodell auf die erzielten Sparguthaben bzw. erzielten Renditen bezogen auf den Zeitraum 1950 bis 2021 gehabt hätte. Als Vergleich dienen die entsprechenden Auswertungen für Sparpläne, bei denen die regelmäßigen Sparbeiträge in

- kurzfristige Zinspapiere oder
- in sichere Rentenpapiere mittlerer Laufzeit oder
- ein Portfolio breit gestreuter Aktien

investiert wurden.

Für die drei oben genannten Anlageformen berechnen wir je einen Index, der als Proxy für die Wertentwicklung eines Portfolios, das ausschließlich in die entsprechenden Anlageformen investiert ist. Entsprechend verwenden wir die Begriffe *Geldmarktindex* (I_G), *Rentenindex* (I_R) und *Aktienindex* (I_A). Alle Indizes sind so normiert, dass sie zum 31.12.1949 der Wert 100 haben. Die Indexstände werden auf Monatsbasis berechnet und entsprechend nummeriert: Der Zeitpunkt $t = 0$ entspricht also dem 31.12.1949, $t = 1$ entspricht dem 31.01.1950, ..., $t = 868$ entspricht dem 30.04.2022. Da keine Verwechslung zu befürchten ist, werden wir bei Bedarf auch die Zeitpunkte explizit als Datum angeben, z.B. $t = 31.07.2000$ anstelle von $t = 607$.

Alle Kapitalmarktdaten basieren auf die Kapitalmarktverhältnisse in Deutschland; Daten aus der Zeit vor der Wiedervereinigung beziehen sich auf die Bundesrepublik Deutschland in den Grenzen von vor 1990.

Zur Bestimmung der zu einem Zeitpunkt t erwarteten Rendite einer sicheren Kapitalanlage verwenden wir beobachtete Umlaufrenditen festverzinslicher Wertpapiere.

Zur Berechnung preisbereinigter Indizes wird zudem ein Preisindex benötigt.

Preisindex

Der hier verwendete Preisindex ergibt sich durch Verkettung folgender Indexreihen

ab Januar 1991: *Verbraucherpreisindex für Deutschland*, normiert auf 100 für den durchschnittlichen Indexstand des Jahres 2015.

Diese Datenreihe wird rückwärts für die Monate Dezember 1948 bis Januar 1991 verknüpft mit den Daten der folgenden Datenreihe

Preisindex für die Lebenshaltung für 4-Personen-Haushalte von Arbeitern und Angestellten mit mittlerem Einkommen, normiert auf 100 für den durchschnittlichen Indexstand des Jahres 1995.

Beide Zeitreihen werden vom Statistischen Bundesamt mit einer Genauigkeit von einer Nachkomma-Stelle zur Verfügung gestellt:

Statistisches Bundesamt: Verbraucherpreisindizes für Deutschland, Lange Reihen ab 1948, Stand April 2022.

URL: https://www.destatis.de/DE/Themen/Wirtschaft/Preise/Verbraucherpreisindex/Publikationen/Downloads-Verbraucherpreise/verbraucherpreisindex-lange-reihen-xlsx-5611103.xlsx?__blob=publicationFile

Der rückwärts verknüpfte Index wurde auf 4 Nachkomma-Stellen gerundet.

Umlaufrenditen

ab März 1960: Umlaufrendite Börsennotierte Bundesanleihen

Datenreihe: BBSIS.M.I.UMR.RD.EUR.S1311.B.A604.A.R.A.A._Z._Z.A“

Februar 1956 bis Februar 1960: Umlaufrenditen inländischer Inhaberschuldverschreibungen / Öffentliche Pfandbriefe / Monatswerte

Datenreihe „BBSIS.M.I.UMR.RD.EUR.MFISX.B.A150.A.R.A.A._Z._Z.A“

URL: https://www.bundesbank.de/dynamic/action/de/statistiken/zeitreihen-datenbanken/zeitreihen-datenbank/759778/759778?listId=www_skms_it01

Januar 1954 bis Januar 1956: Renditen Anleihen der öffentlichen Hand, steuerbefreit, Kupon = 5,5% / Monatswerte. Auswertung der Monatsberichte der Deutschen Bundesbank April 1956 und Dezember 1956, Statistischer Anhang, Tabelle V-7

Dezember 1949 bis Dezember 1953: Mittelwert aus Diskontsatz und Lombardsatz

URL: https://www.bundesbank.de/dynamic/action/de/statistiken/zeitreihen-datenbanken/zeitreihen-datenbank/759778/759778?listId=www_s510_mb02

Alle Prozentsätze werden auf 2 Nachkomma-Stellen angegeben.

Aktienindex (I_A)

Der Aktienindex basiert im Wesentlichen auf dem Deutschen Aktienindex DAX, der zum 31.12.1987 auf den Wert 1000 normiert wurde. Es handelt sich hierbei um einen Performance-Index.

Primäre Datenquelle für den DAX-Zeitreihe: Zeitreihen-Datenbank der Deutschen Bundesbank

URL: <https://www.bundesbank.de/de/statistiken/zeitreihen-datenbanken>

Datenreihe: BBK01.W001A

Die Indexwerte werden auf 2 Nachkomma-Stellen angegeben.

Für die Indexwerte vor dem 31.12.1987 wurde auf die Berechnungen von Gregor Gielen zurückgegriffen:

Gielen, G., 1994: Können Aktienkurse noch steigen: langfristige Trendanalysen des deutschen Aktienmarktes. Wiesbaden: Gabler.

Die entsprechende Zeitreihe steht unter

URL: <https://histat.gesis.org/histat/de/table/details/B248A11E0B70905D7B3C98CB417D86CD#tabelle>

zur Verfügung.

Die Indexreihe („Aktien- Index plus reinvestierte Dividenden“) hat ganzzahlige Werte und ist normiert auf den Basiswert 100 zum 31.12.1869. Wir verwenden die Zeitreihe für den Zeitraum vom 31.12.1949 (Index-Wert = 942) bis zum 31.12.1987 (Index-Wert = 60.195).

Wir adjustieren die Indexreihe von Gielen, so dass der adjustierte Indexwert zum 31.12.1987 1000 beträgt. Die adjustierten Werte werden auf 4 Nachkomma-Stellen gerundet.

Rentenindex (I_R)

Der Rentenindex basiert im Wesentlichen auf dem Deutschen Rentenindex *REXP*, der zum 31.12.1987 auf den Wert 100 normiert wurde. Es handelt sich hierbei um einen Performance-Index.

Primäre Datenquelle für den *REXP*-Zeitreihe: Zeitreihen-Datenbank der Deutschen Bundesbank

URL: <https://www.bundesbank.de/de/statistiken/zeitreihen-datenbanken>

Datenreihe: BBK01.WU46A

Die Deutsche Bundesbank stellt monatliche Indexwerte ab 31.01.1967 zur Verfügung; die Indexwerte werden mit zwei Nachkomma-Stellen zur Verfügung gestellt.

Für die Monate Dez. 1949 bis Jan. 1967 verwenden wir ein vereinfachtes Rückrechnungsverfahren, das im Folgenden beschrieben wird.

Die wesentliche Vereinfachung besteht darin, dass für die jeweiligen Monate jeweils ein sicherer Marktzins unterstellen und dass das Portfolio jeweils in Zerobonds mit einer festen Restlaufzeit D (=Duration) investiert wird. Ferner unterstellen wir vereinfachend eine flache Zinskurve.¹

¹ Es reicht die Annahme, dass die Zinsstrukturkurve im Laufzeitabschnitt $[D-1, D]$ flach ist.

Es folgt eine formale Darstellung der Berechnung des Indexes.

Wir bezeichnen mit i_t den Marktzins für den Monat $[t, t+1]$, i_t ist die Emissionsrendite eines ausfallsicheren Zerobond mit einer Restlaufzeit von D Jahren zu Beginn des Monats $[t, t+1]$. Es wird unterstellt, dass am Ende jeden Monats das Rentenportfolio auf Grundlage der aktuellen Marktkonditionen verkauft wird und von dem Erlös ein neuer D -Zerobond erworben wird.

Ist also B_t der Wert des Portfolios zu Beginn des Monats $[t, t+1]$, so beträgt der Wert am Ende des Monats bzw. zu Beginn des Folgemonats:

$$B_{t+1} = B_t \cdot \frac{(1+i_t)^D}{(1+i_{t+1})^{D-1}} = B_t \cdot (1+i_t) \cdot \left(\frac{1+i_t}{1+i_{t+1}} \right)^{D-1} \approx B_t \cdot (1+i_{t+1} - D \cdot (i_{t+1} - i_t)).$$

Die Wertänderung von Monat zu Monat ergibt sich somit aus zwei Effekten:

- dem Zinseffekt: Multiplikation mit dem Faktor $(1+i_t)$ und
- dem Durationseffekt: Multiplikation mit dem Faktor $\left(\frac{1+i_t}{1+i_{t+1}} \right)^{D-1}$.

Der Durationseffekt hängt im Wesentlichen von der Zinsänderung und der Duration und nicht so sehr vom Zinsniveau ab. Die Durationseffekte neutralisieren sich im Laufe der Jahre, denn für $k \geq 1$ gilt

$$B_{t+k} = B_t \cdot \prod_{j=0}^{k-1} (1+i_{t+j}) \cdot \left(\frac{1+i_t}{1+i_{t+k}} \right)^{D-1}.$$

Ist I_T der Indexstand zum Basisstichtag, so kann man die zurückliegenden Indexstände rekursiv berechnen:

$$I_{T-k-1} = I_{T-k} \cdot \frac{B_{T-k-1}}{B_{T-k}} = \frac{I_{T-k}}{1+i_{T-k}} \cdot \left(\frac{1+i_{T-k}}{1+i_{T-k+1}} \right)^D.$$

Zur Berechnung der oben dargestellten vereinfachten Rückrechnung des REXP wurden folgende Zinssätze zugrunde gelegt

- Dez. 1949 bis Dez. 1953: Mittelwert von Lombard- und Diskontsatz;²
- Jan. 1954 bis Juli 1955: Renditen der Anleihen der öffentlichen Hand, steuerfrei, Kupon 5,5% (veröffentlicht in den Monatsberichten der Deutschen Bundesbank April 1956, S. 82 Tabelle V-7)
- Aug. 1955 bis Feb. 1962; Renditen von Hypothekendarlehen;³

² Bundesbank-Zeitreihe BBK01.SU0112 und BBK01.SU0113

³ Bundesbank-Zeitreihe BBK01.WU0018

- März 1962 bis Jan. 1967: Renditen Börsennotierter Bundespapiere.⁴

Für die Duration wurde ein Wert von $D = 4,8$ zugrunde gelegt; dies entspricht in etwa der Duration der aktuellen Zusammensetzung des REXP-Portfolios.⁵

Geldmarktindex (I_G)

Der Geldmarktindex basiert auf den von der Deutschen Bundesbank veröffentlichten Geldmarktsätzen:

Für die Monate Januar 1950 bis Dezember 1998:

Mittelwert aus Niedrigstsatz (Datenreihe BBK01.SU0102) und Höchstsatz (Datenreihe BBK01.SU0103) für Tagesgeld am Börsenplatz Frankfurt.

Für die Monate ab Januar 1999:

Monatsdurchschnitt EURIBOR Einmonatsgeld (Datenreihe BBK01.SU0310).

Ausgehend vom Basiswert $I_G(t = 31.12.1987) = 10$ wurden die Werte für die Folgemonate durch Aufzinsen und die Werte für die Monate vor 31.12.1987 durch entsprechende Diskontierung ermittelt. Die jeweiligen Rechenschritte wurden auf 8 Nachkomma-Stellen gerundet.

⁴ Bundesbank-Zeitreihe BBK01.WU0015

⁵ Die durchschnittliche gewichtete Restlaufzeit des REX-Portfolios beträgt 5,49 Jahre. Da dem REX-Portfolio Kupon-Anleihen zugrunde liegen, ist die (Macauly-) Duration niedriger; bei einem Zins von 3% beträgt die Duration beispielsweise 4,81.

Beim Aktienindex *DAX* handelt es sich um einen Performance-Index, der derzeit auf der Grundlage der Performance der 40 größten (gemessen nach der Freefloat-Marktkapitalisierung) deutschen Aktiengesellschaften von der Deutschen Börse AG täglich ermittelt wird. Der Index ist normiert auf den Wert 1000 zum Ultimo des Jahres 1987. Auf der Grundlage der Berechnungen der Deutschen Börse AG veröffentlicht die Deutsche Bundesbank Zeitreihen zum DAX-Index; geliefert wird jeweils der monatliche Endstand (auf zwei Nachkomma-Stellen gerundet).⁶ Für die Monate ab Dezember 1987 verwenden wir die von der Deutschen Bundesbank veröffentlichten Daten.

Der Rentenindex REXP ist ein Performance-Index, der die Wertentwicklung eines fiktiven Portfolios von Bundesanleihen unterschiedlicher Laufzeit nachzeichnet. Der Index ist zum 31.12.1987 auf den Wert 100 normiert. Auf der Grundlage der Berechnungen der Deutschen Börse AG veröffentlicht die Deutsche Bundesbank Zeitreihen zum REXP-Index; geliefert wird jeweils der monatliche Endstand (auf zwei Nachkomma-Stellen gerundet). Die von der Deutschen Bundesbank veröffentlichte Datenreihe umfasst auch eine Rückrechnung ab Ultimo Januar 1967. Für unsere Untersuchungen verwenden wir für den Zeitraum ab Januar 1967 die von der Deutschen Bundesbank veröffentlichten Daten.

Informationen zu der Index-Berechnung finden sich in den Leitfäden der Deutschen Börse AG:

DAX: https://www.dax-indices.com/documents/dax-indices/Documents/Resources/Guides/Guide_to_the_DAX_Equity_Indices.pdf

REXP: https://www.dax-indices.com/documents/dax-indices/Documents/Resources/Guides/Guide_to_the_REX_Bond_Indices.pdf

Rückrechnung des DAX-Index

Für unsere Untersuchungen verwenden wir die Rückrechnung des DAX ab Ultimo 1949 auf der Grundlage der Veröffentlichung von Georg Gielen

Gielen, Gregor (1994): Können Aktienkurse noch steigen? Langfristige Trendanalyse des deutschen Aktienmarktes, Gabler-Verlag, Wiesbaden 1994.

Die Daten der Rückrechnung von Gielen stehen zur Verfügung unter:⁷

https://histat.gesis.org/histat/de/table/details/B248A11E0B70905D7B3C98CB417D86_CD#tabelle

⁶ Datenreihe BBK01.WU3141

⁷ Die historische Datenbank gesis wird vom Leibniz-Institut für Sozialwissenschaften (<https://www.gesis.org/home>) betreut und steht kostenlos zur Verfügung; der Zugriff auf die historischen Datenreihen erfordert allerdings eine Anmeldung. Der von Gielen zur Verfügung gestellte Datensatz reicht bis Dezember 1869 zurück.

Vereinfachte Rückrechnung des REXP-Indizes für Dezember 1949 bis Januar 1967 für eine Duration von 4,8

	Jan	Feb	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug	Sept	Okt	Nov	Dez
1949												8.8364
1950	8.8689	8.9015	8.9342	8.9670	9.0000	9.0331	9.0663	9.0996	9.1330	8.3693	8.4133	8.4576
1951	8.5021	8.5468	8.5918	8.6370	8.6824	8.7281	8.7740	8.8202	8.8666	8.9133	8.9602	9.0073
1952	9.0547	9.1023	9.1502	9.1984	9.6751	9.7184	9.7619	10.0317	10.0725	10.1136	10.1548	10.1962
1953	10.1169	10.1602	10.2037	10.2474	10.2725	10.2652	10.3057	10.3511	10.3167	10.2885	10.3318	10.3755
1954	10.4572	10.5057	10.5543	10.5552	10.7016	10.7993	10.8971	11.0452	11.0920	11.1899	11.1343	11.1315
1955	11.2314	11.3314	11.3794	11.4799	11.5276	11.5754	11.5706	11.5667	11.5638	11.5618	11.5608	11.6134
1956	11.7195	11.6125	11.6672	11.5639	11.6211	11.6786	11.7363	11.7412	11.8002	11.8595	11.8654	11.8722
1957	11.9338	11.9416	12.0045	12.0134	12.0776	12.1421	12.2069	12.2170	12.2832	12.3497	12.4167	12.4279
1958	12.4963	12.5086	12.5784	12.7055	12.7753	12.8455	13.0917	13.2799	13.4081	13.5366	13.6035	13.6708
1959	13.8634	13.9931	14.0590	14.1252	14.1918	14.2586	14.3909	14.4576	14.4587	14.4611	14.5303	14.5339
1960	14.5387	14.5447	14.5519	14.6262	14.6346	14.6443	14.7214	14.8657	14.9428	15.1565	15.3711	15.4459
1961	15.5211	15.6675	15.8140	16.0335	16.1798	16.1785	16.1784	16.1065	16.1105	16.1889	16.2677	16.3469
1962	16.5010	16.6554	16.8100	16.9647	16.8878	16.8143	16.8198	16.9030	16.9866	17.0706	17.1551	17.2399
1963	17.3252	17.4899	17.5750	17.6606	17.7465	17.8329	17.9197	18.0069	18.0946	18.1827	18.2712	18.3601
1964	18.5333	18.7066	18.7097	18.6298	18.6375	18.6467	18.7419	18.8376	18.9337	19.0304	19.1275	19.1385
1965	19.2377	19.2505	19.3517	19.3661	19.2087	19.2293	19.2515	19.2753	19.3007	19.3278	19.4431	19.3852
1966	19.5912	19.7096	19.6526	19.5122	19.6377	19.5894	19.6312	19.7621	19.9822	20.2933	20.5149	20.9231
1967	21.2400											

Hinweis: Die Indexreihe wurde normiert auf den Wert 21,24 für Jan. 1967; dies entspricht dem Wert der von der Deutschen Bundesbank bereitgestellten Rückrechnung des REXP für den Monat Jan. 1967. Die hier dargestellten Werte wurden auf 4 Nachkomma-Stellen gerundet. Die Werte beziehen sich immer auf das Ende des jeweiligen Monats.